Termodinâmica - 2/2013

LISTA 1

1. Há alguma possibilidade da afirmação de que um objeto está ”duas vezes mais quente” que outro fazer sentido? Faz diferença se estamos nos referindo a temperaturas na escala Celsius ou kelvin? Comente e explique.

2. Quando a temperatura do mercúrio líquido aumenta de um grau Celsius (ou um kelvin), seu volume aumenta de uma parte em 5500. O aumento relativo do volume por mudança unitária no valor da temperatura (enquanto a pressão é mantida constante) é chamado de **coeficiente de expansão térmico** (volumétrico), β:

$$\beta = \frac{\Delta V/V}{\Delta T}$$

(onde V é o volume, T a temperatura e Δ significa uma variação no valor da grandeza, que neste caso deve ser infinitesimal para que o valor de β seja bem definido). Para o mercúrio, $\beta = 1/5500K^{-1} = 1,81 \times 10^{-4}K^{-1}$. (O valor exato varia com a temperatura, mas entre 0^oC e 200^oC esta variação é menor que 1%.)
(a) Estime o tamanho do bulbo na base de um termômetro de mercúrio e use este valor para estimar qual deve ser o diâmetro do tubo do termômetro para que ele funcione adequadamente. Despreze a expansão térmica do vidro.
(b) Ao contrário do mercúrio, o coeficiente de expansão térmica da água varia significativamente com a temperatura. Ele vale $7,5 \times 10^{-4}K^{-1}$ a 100^oC, mas decresce quando a temperatura diminui até se tornar *nulo* a 4^oC. Abaixo de 4^oC ele continua decrescendo e se torna *negativo*, alcançando um valor de $-0,68 \times 10^{-4}K^{-1}$ a 0^oC. (Este comportamento está ligado ao fato de que o gelo é menos denso que a água.) Com este comportamento em vista, imagine o processo de um lago congelando e discuta com algum detalhe como este processo seria diferente se o coeficiente de expansão térmico da água fosse sempre positivo.

3. Calcule o volume médio por molécula de um gás ideal a temperatura ambiente a pressão atmosférica. Em seguida, extraia a raiz cúbica deste número para obter uma estimativa da distância média entre as moléculas. Compare esta distância com o tamanho de uma molécula pequena, como N_2 e H_2O.

4. Calcule a massa de um mol de ar sêco, que é uma mistura de N_2 (78% em volume), O_2 (21%) e argônio (1%).

5. A atmosfera exponencial.
(a) Considere uma camada de ar de espessura (altura) dz. Use o fato desta camada estar em repouso para encontrar uma expressão para dp/dz, a taxa de variação da pressão com a altitude, em termos da densidade do ar.
(b) Use a lei dos gases ideais para escrever a densidade do ar em termos de sua pressão, temperatura e da massa média m de uma molécula de ar. (A informação necessária para calcular m foi dada na questão anterior.) Mostre que a pressão obedece à equação diferencial

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{mg}{kT}p,$$

que é chamada a **equação barométrica**.

(c) Suponha que a temperatura da atmosfera seja independente da altitude (esta suposição não é lá grande coisa, mas também não é péssima...) e resolva a equação barométrica para obter a pressão em função da altitude. Mostre que a densidade obedece a uma equação similar.
(d) Estime a pressão, em atmosferas, nas seguintes localidades: Ogden ($1400m$ acima do nível do mar), Leadville ($3090m$) e monte Everest ($8850m$). (Suponha que a pressão ao nível do mar seja 1 atm.)

6. Mesmo a baixas densidades, os gases reais não obedecem perfeitamente a lei dos gases ideais. Uma maneira sistemática de das conta dos desvios em relação ao comportamento ideal é a **expansão virial**,

$$pV = nRT(1 + \frac{B(T)}{(V/n)} + \frac{C(T)}{(V/n)^2} + ...),$$

onde as funções $B(T)$, $C(T)$, ..., são chamadas de **coeficientes do virial**. Quando a densidade do gás é suficientemente baixa, fazendo com que o volume por mol seja grande, cada têrmo da série é muito menor que o têrmo precedente. Em muitas situações se torna suficiente omitir o terceiro têrmo e se concentrar no segundo, cujo coeficiente $B(T)$ é chamado de segundo coeficiente do virial (o primeiro sendo 1). Aqui estão alguns valores medidos do segundo coeficiente do virial para o nitrogênio (N_2):

$T(K)$	$B(cm^3/mol)$
100	-160
200	-35
300	-4,2
400	9,0
500	16,9
600	21,3

(a) Para cada temperatura desta tabela, calcule o segundo têrmo da expansão virial, $B(T)/(V/n)$, para o nitrogênio a pressão atmosférica. Discuta a validade da lei dos gases ideais nestas condições.
(b) Reflita sobre as forças entre as moléculas e explique porque era de se esperar que $B(T)$ fosse negativo a baixas temperaturas mas positivo a altas temperaturas.
(c) Uma relação entre as grandezas p, V, e T num sistema fluido, como a lei dos gases ideais e a expansão virial, é chamada de uma **equação de estado**. Outra equação de estado famosa, e que é qualitativamente correta mesmo para fluidos densos, é a **equação de van der Waals**,

$$(p + \frac{an^2)}{V^2})(V - nb) = nRT,$$

onde a e b são constantes que dependem do tipo de gás. Calcule o segundo e o terceiro coeficientes da expansão virial (B e C) para um gás que obedeça a equação de van der Waals, em têrmos de a e b. (Dica: a expansão binomial assegura que $(1+x)^p \approx 1 + px + \frac{1}{2}p(p-1)x^2$, contanto que $|px| << 1$. Aplique esta aproximação à quantidade $[1 - (nb/V)]^{-1}$.)
(d) Faça um gráfico da previsão que van der Waals faz sobre $B(T)$, escolhendo a e b para aproximar o melhor possível os dados acima para o nitrogênio. Discuta a precisão da equação de van der Waals dentro destas condições.

7. Calcule a velocidade quadrática média de uma molécula de nitrogênio à temperatura ambiente.

8. Se você fizer um furo num recipiente cheio de gás, o gás começará a escapar pelo furo. Neste exercício você vai fazer uma estimativa grosseira da taxa com a qual o gás escapa através do furo. (Este processo é chamado de **efusão** quando o furo for suficientemente pequeno.)
(a) Considere uma pequena porção de área A da parede interna do recipiente. Mostre que o número de moléculas que colide com esta área num intervalo de tempo Δt é $pA\Delta t/(2m\overline{v_x})$, onde p é a pressão, m é a massa molecular média, e $\overline{v_x}$ é o valor médio da componente x da velocidade das moléculas que colidem com a parede.
(b) Não é fácil calcular $\overline{v_x}$, mas uma aproximação boa o suficiente é $(\overline{v_x^2})^{1/2}$, onde a média é agora tomada sobre todas as moléculas do gás. Mostre que $(\overline{v_x^2})^{1/2} = \sqrt{kT/m}$.
(c) Se agora você retira esta pequena porção da parede, as moléculas que *teriam* colidido com ela vão escapar através do furo. Supondo que nada *entra* pelo furo, mostre que o número N de moléculas dentro do recipiente vai variar com o tempo obedecendo à equação diferencial

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{A}{2V}\sqrt{\frac{kT}{m}}N.$$

Resolva esta equação supondo temperatura constante e obtenha uma equação da forma $N(t) = N(0)e^{-t/\tau}$, onde τ é o *tempo característico* deste processo, necessário para que N (e p) decresça por um fator de e.
(d) Calcule o tempo característico para que ar à temperatura ambiente escape de um recipiente de 1 litro com um furo de 1 mm^2.
(e) O pneu de sua bicicleta tem um vazamento lento, de modo que ele esvazia cerca de 1 hora depois de ter sido enchido. Estime o volume do pneu e use esta estimativa para avaliar o tamanho do furo pelo qual o ar escapa.
(f) No livro de Júlio Verne *À volta da Lua*, os viajantes espaciais se livram do cadáver de um cachorro abrindo uma escotilha, jogando-o para fora, e fechando-a rapidamente. Você acha que isto pode ser feito rápido o suficiente para impedir que uma parcela significativa do ar escape pela escotilha? Justifique sua resposta com algumas estimativas e cálculos.

9. Calcule a energia térmica total num litro de hélio à temperatura ambiente e pressão atmosférica. Repita este cálculo para um litro de ar.

10. Estime quanto tempo leva um copo de água para chegar à temperatura de ebulição num forno de micro-ondas típico de 600 watts, supondo que toda a energia vai para a água. Há calor envolvido neste processo? Porque, ou porque não?